

【初试】2026 年 哈尔滨医科大学 801 概率论考研精品资料

说明：本套资料由高分研究生潜心整理编写，高清电子版支持打印，考研推荐资料。

一、2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研资料**1. 《概率统计讲义》考研相关资料****(1) 《概率统计讲义》考研核心题库(含答案)****①哈尔滨医科大学 801 概率论考研核心题库精编。**

说明：本题库涵盖了该考研科目常考题型及重点题型，根据历年考研大纲要求，结合考研真题进行的分类汇编并给出了详细答案，针对性强，是考研复习推荐资料。

(2) 《概率统计讲义》考研题库[仿真+强化+冲刺]**①2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研专业课五套仿真模拟题。**

说明：严格按照本科目最新专业课真题题型和难度出题，共五套全仿真模拟试题含答案解析。

②2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研强化五套模拟题及详细答案解析。

说明：专业课强化检测使用。共五套强化模拟题，均含有详细答案解析，考研强化复习推荐。

③2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研冲刺五套模拟题及详细答案解析。

说明：专业课冲刺检测使用。共五套冲刺预测试题，均有详细答案解析，最后冲刺推荐资料。

二、电子版资料全国统一零售价

本套考研资料包含以上一、二部分(不含教材)，全国统一零售价：[¥]

三、2026 年研究生入学考试指定/推荐参考书目(资料不包括教材)**哈尔滨医科大学 801 概率论考研初试参考书**

概率统计讲义(第三版)高等教育出版社 主编陈家鼎。

四、本套考研资料适用学院

第三临床医学院

生物信息科学与技术学院

医工交叉学院

五、本专业一对一辅导(资料不包含，需另付费)

提供本专业高分学长一对一辅导及答疑服务，需另付费，具体辅导内容计划、课时、辅导方式、收费标准等详情请咨询机构或商家。

六、本专业报录数据分析报告(资料不包含，需另付费)

提供本专业近年报考录取数据及调剂分析报告，需另付费，报录数据包括：

①报录数据-本专业招生计划、院校分数线、录取情况分析 & 详细录取名单；

②调剂去向-报考本专业未被录取的考生调剂去向院校及详细名单。

版权声明

编写组依法对本书享有专有著作权，同时我们尊重知识产权，对本电子书部分内容参考和引用的市面上已出版或发行图书及来自互联网等资料的文字、图片、表格数据等资料，均要求注明作者和来源。但由于各种原因，如资料引用时未能联系上作者或者无法确认内容来源等，因而有部分未注明作者或来源，在此对原作者或权利人表示感谢。若使用过程中对本书有任何异议请直接联系我们，我们会在第一时间与您沟通处理。

因编撰此电子书属于首次，加之作者水平和时间所限，书中错漏之处在所难免，恳切希望广大考生读者批评指正。

目录

封面.....	1
目录.....	4
2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研核心题库.....	5
《概率统计讲义》考研核心题库之证明题精编.....	5
《概率统计讲义》考研核心题库之计算题精编.....	18
2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研题库[仿真+强化+冲刺].....	58
哈尔滨医科大学 801 概率论考研仿真五套模拟题.....	58
2026 年概率统计讲义五套仿真模拟题及详细答案解析（一）.....	58
2026 年概率统计讲义五套仿真模拟题及详细答案解析（二）.....	62
2026 年概率统计讲义五套仿真模拟题及详细答案解析（三）.....	66
2026 年概率统计讲义五套仿真模拟题及详细答案解析（四）.....	71
2026 年概率统计讲义五套仿真模拟题及详细答案解析（五）.....	75
哈尔滨医科大学 801 概率论考研强化五套模拟题.....	81
2026 年概率统计讲义强化五套模拟题及详细答案解析（一）.....	81
2026 年概率统计讲义强化五套模拟题及详细答案解析（二）.....	87
2026 年概率统计讲义强化五套模拟题及详细答案解析（三）.....	92
2026 年概率统计讲义强化五套模拟题及详细答案解析（四）.....	98
2026 年概率统计讲义强化五套模拟题及详细答案解析（五）.....	102
哈尔滨医科大学 801 概率论考研冲刺五套模拟题.....	108
2026 年概率统计讲义冲刺五套模拟题及详细答案解析（一）.....	108
2026 年概率统计讲义冲刺五套模拟题及详细答案解析（二）.....	116
2026 年概率统计讲义冲刺五套模拟题及详细答案解析（三）.....	121
2026 年概率统计讲义冲刺五套模拟题及详细答案解析（四）.....	126
2026 年概率统计讲义冲刺五套模拟题及详细答案解析（五）.....	130

2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研核心题库

《概率统计讲义》考研核心题库之证明题精编

1. 设事件 A, B, C 满足 $C \supset AB, \bar{C} \supset \bar{A}\bar{B}$, 证明: $AC = C\bar{B} + AB$.

【答案】由于 $\bar{C} \supset \bar{A}\bar{B}$, 得 $C \subset A+B$, 则 $C\bar{B} \subset (A+B)\bar{B} = A\bar{B} + B\bar{B} = A\bar{B} \subset A$, 故 $AC\bar{B} = C\bar{B}, ACB = ABC = AB$, 所以 $AC = AC(B+\bar{B}) = ACB + AC\bar{B} = AB + C\bar{B} = C\bar{B} + AB$.

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且均服从 $N(0, 1)$. 证明: $U = X^2 + Y^2$ 与 $V = \frac{X}{Y}$ 相互独立.

$$\begin{aligned} \text{【答案】 } F_U(u) &= P\{U \leq u\} = P\{X^2 + Y^2 \leq u\} = \iint_{x^2+y^2 \leq u} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dx dy \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{u}} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} r dr d\theta = 1 - e^{-\frac{u}{2}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_V(v) &= \int_{-\infty}^{+\infty} |y| f_X(yv) f_Y(y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} |y| \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(yv)^2}{2}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \\ &= 2 \int_0^{+\infty} y \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(yv)^2+y^2}{2}} dy = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+v^2} e^{-\frac{(yv)^2+y^2}{2}} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{\pi(1+v^2)} \end{aligned}$$

$$F_V(v) = \int_{-\infty}^v \frac{1}{\pi(1+t^2)} dt = \frac{1}{\pi} \left(\arctan v + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\begin{aligned} F(u, v) &= P\left\{X^2 + Y^2 \leq u, \frac{X}{Y} \leq v\right\} = \iint_{\substack{x^2+y^2 \leq u, \\ \frac{x}{y} \leq v}} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dx dy \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\pi}{2}-\arctan v}^{\pi} \left[\int_0^u e^{-\frac{r^2}{2}} r dr \right] d\theta + \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{3\pi}{2}-\arctan v}^{2\pi} \left[\int_0^u e^{-\frac{r^2}{2}} r dr \right] d\theta \\ &= \frac{1}{\pi} (1 - e^{-\frac{u}{2}}) \left(\frac{\pi}{2} + \arctan v \right). \end{aligned}$$

所以 $F(u, v) = F_U(u)F_V(v)$, 即 U 与 V 相互独立.

3. 设 $\{N(t), t \geq 0\}$ 是强度为 λ 的泊松过程, $\{Y_k, k=1, 2, \dots\}$ 是一列独立同分布随机变量, 且与 $\{N(t), t \geq 0\}$ 独立, 令 $X(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k, t \geq 0$, 证明: 若 $E(Y_1^2) < \infty$, 则 $E[X(t)] = \lambda t E\{Y_1\}$.

【答案】由条件期望的性质 $E[X(t)] = E\{E[X(t) | N(t)]\}$, 而

$$\begin{aligned} E[X(t) | N(t) = n] &= E\left[\sum_{i=1}^{N(t)} Y_i \mid N(t) = n\right] \\ &= E\left[\sum_{i=1}^n Y_i \mid N(t) = n\right] = E\left[\sum_{i=1}^n Y_i\right] = nE\{Y_1\} \end{aligned}$$

所以 $E[X(t)] = \lambda t E\{Y_1\}$.

4. 设非负连续型随机变量 X 服从指数分布, 证明对任意实数 r 和 s, 有

$$P\{X > r+s | X > s\} = P\{X > r\}$$

【答案】由于非负连续型随机变量 X 服从指数分布, 故对于 $t \geq 0$,

$$P\{X > t\} = 1 - P\{X \leq t\} = 1 - F(t) = e^{-\lambda t}$$

因而对于任意正实数 r 和 s, 有

$$P\{X > r+s | X > s\} = \frac{P\{X > r+s, X > s\}}{P\{X > s\}} = \frac{P\{X > r+s\}}{P\{X > s\}} = \frac{e^{-\lambda(r+s)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda r} = P\{X > r\}$$

5. 若随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$. 证明: $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.

【答案】由 $X \sim P(\lambda_1)$, 得 $P\{X = i\} = \frac{\lambda_1^i}{i!} e^{-\lambda_1}, i = 0, 1, 2, \dots$;

$Y \sim P(\lambda_2)$, 得 $P\{Y = j\} = \frac{\lambda_2^j}{j!} e^{-\lambda_2}, j = 0, 1, 2, \dots$

且随机变量 X 与 Y 相互独立, 故 (X, Y) 的联合概率分布为

$$P\{X = i, Y = j\} = p_{ij} = \frac{\lambda_1^i e^{-\lambda_1}}{i!} \frac{\lambda_2^j e^{-\lambda_2}}{j!}, i = 0, 1, \dots, m, \dots; j = 0, 1, \dots, n, \dots$$

$Z = X + Y$ 的可能取值为 $r = 0, 1, 2, \dots$,

事件 $\{Z = r\} = \{X = 0, Y = r\} \cup \{X = 1, Y = r - 1\} \cup \dots \cup \{X = r, Y = 0\}$,

则 $P\{Z = r\} = P\{X = 0, Y = r\} + P\{X = 1, Y = r - 1\} + \dots + P\{X = r, Y = 0\}$

$$= \frac{\lambda_1^0 e^{-\lambda_1}}{0!} \frac{\lambda_2^r e^{-\lambda_2}}{r!} + \frac{\lambda_1^1 e^{-\lambda_1}}{1!} \frac{\lambda_2^{r-1} e^{-\lambda_2}}{(r-1)!} + \dots + \frac{\lambda_1^r e^{-\lambda_1}}{r!} \frac{\lambda_2^0 e^{-\lambda_2}}{0!}$$

$$= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)}}{r!} (C_r^0 \lambda_1^0 \lambda_2^r + C_r^1 \lambda_1^1 \lambda_2^{r-1} + \dots + C_r^r \lambda_1^r \lambda_2^0)$$

$$= \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)}}{r!} (\lambda_1 + \lambda_2)^r, r = 0, 1, 2, \dots,$$

所以 $Z = X + Y \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$.

6. 设 $X \sim N(\mu_1, \sigma^2), Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$, 且 X 与 Y 相互独立, X 与 Y 的样本容量分别为 n_1, n_2 , 记 S_1^2, S_2^2 分别为总体 X 与 Y 的样本方差, 对于任意常数 $a > 0, b > 0, a + b = 1$, 试证 $\hat{\sigma}^2 = aS_1^2 + bS_2^2$ 均是 σ^2 的无偏估计, 其中 $S^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ 的方差最小.

【答案】由于 S_1^2, S_2^2 分别为总体 X 与 Y 的样本方差, 故 S_1^2 与 S_2^2 相互独立且 $\frac{(n_1 - 1)S_1^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n_1 - 1)$,

$\frac{(n_2 - 1)S_2^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n_2 - 1)$, 由于 $E\hat{\sigma}^2 = aES_1^2 + bES_2^2 = a\sigma^2 + b\sigma^2 = \sigma^2$, 故 $\hat{\sigma}^2$ 为 σ^2 的无偏估计.

由于 $D\frac{(n_1 - 1)S_1^2}{\sigma^2} = 2(n_1 - 1), D\frac{(n_2 - 1)S_2^2}{\sigma^2} = 2(n_2 - 1)$, 故

$$f(a) = D\hat{\sigma}^2 = a^2 DS_1^2 + (1 - a)^2 DS_2^2 = a^2 \times \frac{2\sigma^4}{n_1 - 1} + (1 - a)^2 \times \frac{2\sigma^4}{n_2 - 1}$$

要使 $f(a)$ 达到最小, 令 $\frac{df(a)}{da} = 0$, 得 $2\sigma^4 \left(\frac{a}{n_1 - 1} - \frac{(1 - a)}{n_2 - 1} \right) = 0$, 于是有 $a = \frac{n_1 - 1}{n_1 + n_2 - 2}$, 从而有

$b = \frac{n_2 - 1}{n_1 + n_2 - 2}$, 即 $S^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ 的方差最小.

7. 设 X_1, X_2 是数学期望为 θ 的指数分布总体 X 的容量为 2 的样本, 设 $Y = \sqrt{X_1 X_2}$, 试证明 $E\left[\frac{4Y}{\pi}\right] = \theta$.

【答案】总体 X 的密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} (\theta > 0)$$

$$E\left[\frac{4Y}{\pi}\right] = \frac{4}{\pi} E[\sqrt{X_1 X_2}] = \frac{4}{\pi} E(\sqrt{X_1}) E(\sqrt{X_2})$$

$$= \frac{4}{\pi} [E(\sqrt{X})]^2 = \frac{4}{\pi} \left[\int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x/\theta} dx \right]^2$$

$$= \frac{4}{\pi} \left[\sqrt{\theta} \int_0^{+\infty} t^{\frac{3}{2}-1} e^{-t} dt \right]^2 = \frac{4}{\pi} \left[\sqrt{\theta} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \right]^2 \quad (\text{令 } \frac{x}{\theta} = t)$$