【初试】2026 年 哈尔滨医科大学 801 概率论考研精品资料

说明：本套资料由高分研究生潜心整理编写，高清电子版支持打印，考研推荐资料。

一、2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研资料

1. 《概率统计讲义》考研相关资料

(1)《概率统计讲义》考研核心题库(含答案)

①哈尔滨医科大学 801 概率论考研核心题库精编。

说明：本题库涵盖了该考研科目常考题型及重点题型，根据历年考研大纲要求，结合考研真题进行的分类汇编并给出了详细答案，针对性强，是考研复习推荐资料。

(2)《概率统计讲义》考研题库[仿真+强化+冲刺]

①2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研专业课五套仿真模拟题。

说明：严格按照本科目最新专业课真题题型和难度出题，共五套全仿真模拟试题含答案解析。

②2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研强化五套模拟题及详细答案解析。

说明：专业课强化检测使用。共五套强化模拟题，均含有详细答案解析，考研强化复习推荐。

③2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研冲刺五套模拟题及详细答案解析。

说明：专业课冲刺检测使用。共五套冲刺预测试题，均有详细答案解析，最后冲刺推荐资料。

二、电子版资料全国统一零售价

本套考研资料包含以上一、二部分(不含教材)，全国统一零售价：[￥]

三、2026 年研究生入学考试指定/推荐参考书目(资料不包括教材)

哈尔滨医科大学 801 概率论考研初试参考书

概率统计讲义(第三版)高等教育出版社 主编陈家鼎。

四、本套考研资料适用学院

第三临床医学院

生物信息科学与技术学院

医工交叉学院

五、本专业一对一辅导(资料不包含，需另付费)

提供本专业高分学长一对一辅导及答疑服务，需另付费，具体辅导内容计划、课时、辅导方式、收费标准等详情请咨询机构或商家。

六、本专业报录数据分析报告(资料不包含，需另付费)

提供本专业近年报考录取数据及调剂分析报告，需另付费，报录数据包括：

①报录数据-本专业招生计划、院校分数线、录取情况分析及详细录取名单；

②调剂去向-报考本专业未被录取的考生调剂去向院校及详细名单。

版权声明

目录

2026 年哈尔滨医科大学 801 概率论考研核心题库

《概率统计讲义》考研核心题库之证明题精编

1. 设事件 A，B，C 满足 $C \supset AB, \bar{C} \supset \bar{A}\bar{B}$，证明：$AC = C\bar{B} + AB$.

【答案】由于 $\bar{C} \supset \bar{A}\bar{B}$，得 $C \subset A+B$，则 $C\bar{B} \subset (A+B)\bar{B} = A\bar{B} + B\bar{B} = A\bar{B} \subset A$，故 $AC\bar{B} = C\bar{B}, ACB = ABC = AB$，所以 $AC = AC(B+\bar{B}) = ACB + AC\bar{B} = AB + C\bar{B} = C\bar{B} + AB$.

2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立，且均服从 N(0，1). 证明：$U = X^2 + Y^2$ 与 $V = \frac{X}{Y}$ 相互独立.

【答案】$F_U(u) = P\{U \leqslant u\} = P\{X^2+Y^2 \leqslant u\} = \iint\limits_{x^2+y^2 \leqslant u} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dxdy$

$$= \int_0^{2\pi}\int_0^{u} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{r^2}{2}} r dr d\theta = 1 - e^{-\frac{u^2}{2}}.$$

$$f_V(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} |y| f_X(yv) f_Y(y) dy = \int_{-\infty}^{+\infty} |y| \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(yv)^2}{2}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy.$$

$$= 2\int_0^{+\infty} y \frac{1}{2\pi} e^{\frac{(yv)^2 - y^2}{2}} dy = -\frac{1}{\pi}\frac{1}{1+v^2} e^{-\frac{(yv)^2+y^2}{2}} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{\pi(1+v^2)}»$$

$$F_V(v) = \int_{-\infty}^{v} \frac{1}{\pi(1+t^2)} dt = \frac{1}{\pi}\left(\arctan v + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$F(u,v) = P\left\{X^2+Y^2 \leqslant u, \frac{X}{Y} \leqslant v\right\} = \iint\limits_{x^2+y^2 \leqslant u, \frac{x}{y} \leqslant v} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dxdy$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{\pi}{2}-\arctan v}^{\pi}\left[\int_0^u e^{-\frac{r^2}{2}} r dr\right] d\theta + \frac{1}{2\pi}\int_{\frac{3\pi}{2}-\arctan v}^{2\pi}\left[\int_0^u e^{-\frac{r^2}{2}} r dr\right] d\theta$$

$$= \frac{1}{\pi}(1 - e^{-\frac{u^2}{2}})\left(\frac{\pi}{2} + \arctan v\right).$$

所以 $F(u,v) = F_U(u)F_V(v)$，即 U 与 V 相互独立.

3. 设 $\{N(t), t \geqslant 0\}$ 是强度为 λ 的泊松过程，$\{Y_k, k=1,2,\cdots\}$ 是一列独立同分布随机变量，且与 $\{N(t), t \geqslant 0\}$ 独立，令 $X(t) = \sum_{k=1}^{N(t)} Y_k, t \geqslant 0$，证明：若 $E(Y_1^2 < \infty)$，则 $E[X(t)] = \lambda t E\{Y_1\}$。

【答案】由条件期望的性质 $E[X(t)] = E\{E[X(t)|N(t)]\}$，而

$$E[X(t) \mid N(t) = n] = E\left[\sum_{i=1}^{N(t)} Y_i \mid N(t) = n\right]$$

$$= E\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i \mid N(t) = n\right] = E\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i\right] = nE(Y_1)$$

所以 $E[X(t)] = \lambda t E\{Y_1\}$。

4. 设非负连续型随机变量 X 服从指数分布，证明对任意实数 r 和 s，有

$$P\{X > r+s | X > s\} = P\{X > r\}$$

【答案】由于非负连续型随机变量 X 服从指数分布，故对于 $t \geqslant 0$，

$$P\{X > t\} = 1 - P\{X \leqslant t\} = 1 - F(t) = e^{-\lambda t}$$

因而对于任意正实数 r 和 s，有

$$P\{X > r+s | X > s\} = \frac{P\{X > r+s, X > s\}}{P\{X > s\}} = \frac{P\{X > r+s\}}{P\{X > s\}} = \frac{e^{-\lambda(r+s)}}{e^{-\lambda s}} = e^{-\lambda r} = P\{X > r\}$$

5. 若随机变量 X 与 Y 相互独立，且$X \sim P(\lambda_1), Y \sim P(\lambda_2)$. 证明：$Z = X+Y \sim P(\lambda_1+\lambda_2)$.

【答案】由$X \sim P(\lambda_1)$，得$P\{X=i\} = \frac{\lambda_1^i}{i!}e^{-\lambda_1}, i=0,1,2,\cdots$;

$Y \sim P(\lambda_2)$，得$P\{Y=j\} = \frac{\lambda_2^j}{j!}e^{-\lambda_2}, j=0,1,2,\cdots$

且随机变量 X 与 Y 相互独立，故(X,Y)的联合概率分布为

$$P\{X=i, Y=j\} = p_{ij} = \frac{\lambda_1^i e^{-\lambda_1}}{i!}\frac{\lambda_2^j e^{-\lambda_2}}{j!}, i=0,1,\cdots,m,\cdots; j=0,1,\cdots,n,\cdots$$

Z=X+Y 的可能取值为 r=0, 1, 2, ⋯,

事件$\{Z=r\} = \{X=0,Y=r\} \cup \{X=1,Y=r-1\} \cup \cdots \cup \{X=r,Y=0\}$,

则$P\{Z=r\} = P\{X=0,Y=r\} + P\{X=1,Y=r-1\} + \cdots + P\{X=r,Y=0\}$

$$= \frac{\lambda_1^0 e^{-\lambda_1}}{0!}\frac{\lambda_2^r e^{-\lambda_2}}{r!} + \frac{\lambda_1^1 e^{-\lambda_1}}{1!}\frac{\lambda_2^{r-1} e^{-\lambda_2}}{(r-1)!} + \cdots + \frac{\lambda_1^r e^{-\lambda_1}}{r!}\frac{\lambda_2^0 e^{-\lambda_2}}{0!}$$

$$= \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{r!}(C_r^0\lambda_1^0\lambda_2^r + C_r^1\lambda_1^1\lambda_2^{r-1} + \cdots + C_r^r\lambda_1^r\lambda_2^0)$$

$$= \frac{e^{-(\lambda_1+\lambda_2)}}{r!}(\lambda_1+\lambda_2)^r, r=0,1,2,\cdots,$$

所以$Z = X+Y \sim P(\lambda_1+\lambda_2)$.

6. 设$X \sim N(\mu_1,\sigma^2), Y \sim N(\mu_2,\sigma^2)$，且 X 与 Y 相互独立，X 与 Y 的样本容量分别为n_1, n_2，记S_1^2, S_2^2分别为总体 X 与 Y 的样本方差，对于任意常数 a>0, b>0，a+b=1，试证$\hat{\sigma}^2 = aS_1^2 + bS_2^2$均是$\sigma^2$的无偏估计，其中$S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$的方差最小。

【答案】由于S_1^2, S_2^2分别为总体 X 与 Y 的样本方差，故S_1^2与S_2^2相互独立且$\frac{(n_1-1)S_1^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n_1-1)$，$\frac{(n_2-1)S_2^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n_2-1)$，由于$E\hat{\sigma}^2 = aES_1^2 + bES_2^2 = a\sigma^2 + b\sigma^2 = \sigma^2$，故$\hat{\sigma}^2$为$\sigma$的无偏估计。

由于$D\frac{(n_1-1)S_2^2}{\sigma^2} = 2(n_1-1)$，$D\frac{(n_2-1)S_2^2}{\sigma^2} = 2(n_2-1)$，故

$$f(a) = D\hat{\sigma}^2 = a^2DS_1^2 + (1-a)^2DS_2^2 = a^2 \times \frac{2\sigma^4}{n_1-1} + (1-a)^2 \times \frac{2\sigma^4}{(n_2-1)}$$

要使 f(a)达到最小，令$\frac{df(a)}{da} = 0$，得$2\sigma^4\left(\frac{a}{n_1-1} - \frac{(1-a)}{n_2-1}\right) = 0$，于是有$a = \frac{n_1-1}{n_1+n_2-2}$，从而有$b = \frac{n_2-1}{n_1+n_2-2}$，即$S^2 = \frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$的方差最小。

7. 设X_1, X_2是数学期望为θ的指数分布总体 X 的容量为 2 的样本，设$Y = \sqrt{X_1X_2}$，试证明$E\left[\frac{4Y}{\pi}\right] = \theta$.

【答案】总体 X 的密度函数为

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}e^{-x/\theta}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} (\theta > 0)$$

$$E\left[\frac{4Y}{\pi}\right] = \frac{4}{\pi}E[\sqrt{X_1X_2}] = \frac{4}{\pi}E(\sqrt{X_1})E(\sqrt{X_2})$$

$$= \frac{4}{\pi}[E(\sqrt{X})]^2 = \frac{4}{\pi}\left[\int_0^{+\infty}\frac{\sqrt{x}}{\theta}e^{-\frac{x}{\theta}}dx\right]^2$$

$$= \frac{4}{\pi}\left[\sqrt{\theta}\int_0^{+\infty}t^{\frac{3}{2}-1}e^{-t}dt\right]^2 = \frac{4}{\pi}\left[\sqrt{\theta}\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\right]^2 \left(令\frac{x}{\theta} = t\right)$$