【初试】2026 年 国防科技大学 816 实变函数考研真题汇编

说明：本套资料由高分研究生潜心整理编写，高清电子版支持打印，考研推荐资料。

一、考研真题及考研大纲

0. 国防科技大学 816 实变函数 2016-2018 年考研真题；暂无答案。

说明：分析历年考研真题可以把握出题脉络，了解考题难度、风格，侧重点等，为考研复习指明方向。

1.**国防科技大学 816 实变函数考研大纲**

①2025 年国防科技大学 816 实变函数考研大纲。

说明：考研大纲给出了考试范围及考试内容，是考研出题的重要依据，同时也是分清重难点进行针对性复习的推荐资料，本项为免费提供。

二、电子版资料全国统一零售价

本套考研资料包含以上一、二部分(不含教材)，全国统一零售价：[￥]

三、2026 年研究生入学考试指定/推荐参考书目(资料不包括教材)

国防科技大学 816 实变函数考研初试参考书

《实变函数与泛函分析概要》(第一册)郑维行、王声望 高等教育出版社 2019 第五版

四、本套考研资料适用院系及考试题型

理学院

填空题（约 30 分）、证明题（约 100 分）、计算题（约 20 分）

五、本专业一对一辅导(资料不包含，需另付费)

提供本专业高分学长一对一辅导及答疑服务，需另付费，具体辅导内容计划、课时、辅导方式、收费标准等详情请咨询机构或商家。

六、本专业报录数据分析报告(资料不包含，需另付费)

提供本专业近年报考录取数据及调剂分析报告，需另付费，报录数据包括：

①报录数据-本专业招生计划、院校分数线、录取情况分析及详细录取名单；

②调剂去向-报考本专业未被录取的考生调剂去向院校及详细名单。

目录

国防科技大学816实变函数历年真题汇编

国防科技大学816实变函数2018年考研真题（暂无答案）

国防科技大学2018年硕士研究生入学考试试题

科目名称: **实变函数** 科目代码: **816**

考生注意：1. 答案必须写在统一配发的专用答题纸上！（可不抄题）

2. 若无特别声明，试题中所出现的“可测”、“测度”、“可积”与“积分”是指一维“勒贝格可测”、“勒贝格测度”、“勒贝格可积”与“勒贝格积分”.

一、（22分）设$A\subset\mathbf{R}$满足条件：对任意$B\subset\mathbf{R}$，都有$A\cap\overline{B}\subset\overline{A\cap B}$. 证明$A$是$\mathbf{R}$中的开集.

二、（24分）设A是$\mathbf{R}$中的有界可测集，$E\subset A$. 若$mA=m_*E+m_*(A\setminus E)$，证明$E$是可测集.

三、（24分）设f是有界可测集E上几乎处处有限的可测函数，试由鲁津定理证明存在$\mathbf{R}$上一列连续函数$\{f_n\}$，使得$\{f_n\}$在E上几乎处处收敛于f.

四、（24分）设$f\in L(E)$，$A_n=\left\{x\in E \,\middle|\, |f(x)|\geq n\right\}$, $n=1,2,\cdots$. 证明

$$\lim_{n\to\infty} n\cdot mA_n=0.$$

五、（26分）设f是$\mathbf{R}$上周期为2的非负可测函数，并且$\int_0^2 f\,\mathrm{d}m=2$. 若数$c>1$，证明在$\mathbf{R}$上几乎处处都有$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^c}f(nx)=0$.

六、（30分）设f是$[0,1]$上的绝对连续函数，$\pi(x)=\bigvee_0^x(f)$，$x\in[0,1]$. 证明

$$\int_0^1\pi'(x)\,\mathrm{d}x=\bigvee_0^1(f)=\int_0^1|f'(x)|\,\mathrm{d}x.$$

共1页，816-1

国防科技大学 816 实变函数 2017 年考研真题（暂无答案）

国防科学技术大学 2017 年硕士研究生入学考试试题

科目名称: **实变函数** 科目代码: **827**

考生注意：1. 答案必须写在统一配发的专用答题纸上！(可不抄题)

2. 若无特别声明，试题中所出现的“可测”、“测度”、“可积”与“积分”是指一维“勒贝格可测”、“勒贝格测度”、“勒贝格可积”与“勒贝格积分”.

一、(22 分) 设 E 是 $\mathbf{R}$ 的非空子集，f: $E\to\mathbf{R}$ 是连续函数，$A=\{x\in E\mid f(x)>2\}$.证明存在 $\mathbf{R}$ 中的开集 G，使 $A=G\cap E$.

二、(22 分) 设 E 是 $\mathbf{R}$ 中的有界集，证明 E 是可测集的充分必要条件为：存在 Borel 集 B，使得 $B\subset E$，$m^*(E\setminus B)=0$.

三、(22 分) 设 φ 是可测集 E 上的单调减函数，证明 φ 是 E 上的可测函数.

四、(24 分) 设 $f(x)$ 是 $E=(0,1)$ 上可积的单调增函数，$\alpha\in E$，$A\subset E$，$mA=\alpha$.

证明 $\int_{(0,\alpha)}f(x)\,\mathrm{d}x\le\int_A f(x)\,\mathrm{d}x$.

五、(30 分) 设 $f,f_1,f_2,\cdots$ 都是 $E=[0,2]$ 上的非负可积函数. 若 $\{f_n\}$ 在 E 上几乎处处收敛于 f，并且 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_E f_n\,\mathrm{d}m=\int_E f\,\mathrm{d}m$，证明对 E 的任意可测子集 e，都有

$$\lim_{n\to\infty}\int_e f_n\,\mathrm{d}m=\int_e f\,\mathrm{d}m.$$

又问若将“$\{f_n\}$ 在 E 上几乎处处收敛于 f” 改为“$\{f_n\}$ 在 E 上依测度收敛于 f”，其它条件不变，结论是否仍然成立？并说明理由.

六、(30 分) 设 $E=[0,2]$，$f,f_1,f_2,\cdots\in L(E)$. 证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\int_E|f_n(x)-f(x)|\,\mathrm{d}x=0$ 的充分必要条件是：$\{f_n\}$ 在 E 上依测度收敛于 f，并且对任意 $\varepsilon>0$，存在 $\delta>0$，当 $e\subset E$，$me<\delta$ 时，$\sup\limits_{n=1,2,\cdots}\int_e|f_n(x)-f(x)|\,\mathrm{d}x\le\varepsilon$.

共 1 页，827-1

国防科技大学 816 实变函数 2016 年考研真题（暂无答案）

国防科学技术大学 2016 年硕士研究生入学考试试题

科目名称: **实变函数** 科目代码: **827**

考生注意：1. 答案必须写在统一配发的专用答题纸上！（可不抄题）

2. 若无特别声明，试题中所出现的“可测”、“测度”、“可积”与“积分”是指一维“勒贝格可测”、“勒贝格测度”、“勒贝格可积”与“勒贝格积分”．

一、填空题（每小题 6 分，共 30 分）

1、设 $f:(0,3)\to(0,+\infty)$， $A_{2n-1}=(0,1/n)$， $A_{2n}=(0,n)$ $(n\geq 1)$，则

$$\overline{\lim_{n\to\infty}} f^{-1}(A_n)=\_\_\_\_\_\_ ,\quad \underline{\lim_{n\to\infty}} f^{-1}(A_n)=\_\_\_\_\_\_ .$$

2、$C[0,3]$ 的势是___，$[0,3]$ 中可测集的全体的势为___ .

3、设闭集 $F\subset[0,3]$．若 $mF=0$，则 χ_F ____ $[0,3]$ 上的黎曼可积函数.

4、设 $f:[0,3]\to\mathbf{R}$ 是可测函数， $A=\{x\in[0,3]\mid f(x)\text{是整数}\}$. 若 $mA=2$, 则

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^3|\cos(\pi f(x))|^n\,dx=\_\_\_\_ .$$

5、设 $f\in L^3[0,\pi]$，则由 Hölder 不等式可得

$$4\int_0^\pi|f(x)|^3\sin\ dx\ \_\_\_\_\_\ \left(\int_0^\pi|f(x)|\sin x\,dx\right)^3 .$$

二、（20 分）设 F 是 $\mathbf{R}$ 中的非空闭集，定义在 F 上的实函数 f 只取整数值. 证明 $A=\{x\in F\mid f\text{ 在 }x\text{ 处不连续}\}$ 是 $\mathbf{R}$ 中的闭集.

三、（20 分）设 $\{E_n\}$ 是 $E=[0,1]$ 中一列可测集，$\lim\limits_{n\to\infty} mE_n=1$，$\alpha\in(0,1)$．证明存在 $\{E_n\}$ 的子列 $\{E_{n_k}\}$，使 $m(\bigcap_{k=1}^{\infty}E_{n_k})>1-\alpha$.