

### 版权声明

编写组依法对本书享有专有著作权，同时我们尊重知识产权，对本电子书部分内容参考和引用的市面上已出版或发行图书及来自互联网等资料的文字、图片、表格数据等资料，均要求注明作者和来源。但由于各种原因，如资料引用时未能联系上作者或者无法确认内容来源等，因而有部分未注明作者或来源，在此对原作者或权利人表示感谢。若使用过程中对本书有任何异议请直接联系我们，我们会在第一时间与您沟通处理。

因编撰此电子书属于首次，加之作者水平和时间所限，书中错漏之处在所难免，恳切希望广大考生读者批评指正。

## 目录

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 封面.....                             | 1   |
| 目录.....                             | 3   |
| 2026 年浙江农林大学 623 数学(自命题)考研核心笔记..... | 6   |
| 《高等数学》考研核心笔记.....                   | 6   |
| 第 1 章 函数与极限.....                    | 6   |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 6   |
| 考研核心笔记.....                         | 6   |
| 第 2 章 函数连续性.....                    | 17  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 17  |
| 考研核心笔记.....                         | 17  |
| 第 3 章 导数与微分.....                    | 20  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 20  |
| 考研核心笔记.....                         | 20  |
| 第 4 章 微分中值定理及导数应用.....              | 28  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 28  |
| 考研核心笔记.....                         | 28  |
| 第 5 章 不定积分.....                     | 39  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 39  |
| 考研核心笔记.....                         | 39  |
| 第 6 章 定积分及其应用.....                  | 45  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 45  |
| 考研核心笔记.....                         | 45  |
| 第 7 章 微分方程.....                     | 56  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 56  |
| 考研核心笔记.....                         | 56  |
| 第 8 章 空间解析几何与向量代数初步.....            | 69  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 69  |
| 考研核心笔记.....                         | 69  |
| 第 9 章 多元函数微分学.....                  | 83  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 83  |
| 考研核心笔记.....                         | 83  |
| 第 10 章 重积分.....                     | 99  |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 99  |
| 考研核心笔记.....                         | 99  |
| 第 11 章 曲线与曲面积分.....                 | 109 |
| 考研提纲及考试要求.....                      | 109 |
| 考研核心笔记.....                         | 109 |

|  |     |
|--|-----|
| 第 12 章 无穷级数 .....                            | 134 |
| 考研提纲及考试要求 .....                              | 134 |
| 考研核心笔记 .....                                 | 134 |
| 2026 年浙江农林大学 623 数学(自命题)考研复习提纲 .....         | 150 |
| 《高等数学》考研复习提纲 .....                           | 150 |
| 2026 年浙江农林大学 623 数学(自命题)考研核心题库 .....         | 154 |
| 《高等数学》考研核心题库之选择题精编 .....                     | 154 |
| 《高等数学》考研核心题库之填空题精编 .....                     | 183 |
| 《高等数学》考研核心题库之解答题精编 .....                     | 201 |
| 《高等数学》考研核心题库之证明题精编 .....                     | 227 |
| 2026 年浙江农林大学 623 数学(自命题)考研题库[仿真+强化+冲刺] ..... | 265 |
| 浙江农林大学 623 数学之高等数学考研仿真五套模拟题 .....            | 265 |
| 2026 年高等数学五套仿真模拟题及详细答案解析(一) .....            | 265 |
| 2026 年高等数学五套仿真模拟题及详细答案解析(二) .....            | 279 |
| 2026 年高等数学五套仿真模拟题及详细答案解析(三) .....            | 295 |
| 2026 年高等数学五套仿真模拟题及详细答案解析(四) .....            | 310 |
| 2026 年高等数学五套仿真模拟题及详细答案解析(五) .....            | 324 |
| 浙江农林大学 623 数学之高等数学考研强化五套模拟题 .....            | 338 |
| 2026 年高等数学五套强化模拟题及详细答案解析(一) .....            | 338 |
| 2026 年高等数学五套强化模拟题及详细答案解析(二) .....            | 353 |
| 2026 年高等数学五套强化模拟题及详细答案解析(三) .....            | 368 |
| 2026 年高等数学五套强化模拟题及详细答案解析(四) .....            | 383 |
| 2026 年高等数学五套强化模拟题及详细答案解析(五) .....            | 397 |
| 浙江农林大学 623 数学之高等数学考研冲刺五套模拟题 .....            | 411 |
| 2026 年高等数学五套冲刺模拟题及详细答案解析(一) .....            | 411 |
| 2026 年高等数学五套冲刺模拟题及详细答案解析(二) .....            | 424 |
| 2026 年高等数学五套冲刺模拟题及详细答案解析(三) .....            | 441 |
| 2026 年高等数学五套冲刺模拟题及详细答案解析(四) .....            | 456 |
| 2026 年高等数学五套冲刺模拟题及详细答案解析(五) .....            | 472 |
| 附赠重点名校: 高等数学 2016-2024 年考研真题汇编(暂无答案) .....   | 486 |
| 第一篇、2024 年高等数学考研真题汇编 .....                   | 486 |
| 2024 年天津商业大学 714 高等数学考研专业课真题 .....           | 486 |
| 2024 年扬州大学 644 高等数学(农)考研专业课真题 .....          | 491 |
| 第二篇、2023 年高等数学考研真题汇编 .....                   | 494 |
| 2023 年天津商业大学 714 高等数学考研专业课真题 .....           | 494 |
| 2023 年扬州大学 644 高等数学(农)考研专业课真题 .....          | 497 |
| 第三篇、2022 年高等数学考研真题汇编 .....                   | 500 |

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 2022 年扬州大学 644 高等数学（农）考研专业课真题 ..... | 501 |
| 2022 年天津商业大学 714 高等数学考研专业课真题 .....  | 504 |
| 2022 年暨南大学 601 高等数学考研专业课真题 .....    | 507 |
| 第四篇、2021 年高等数学考研真题汇编 .....          | 510 |
| 2021 年湖南师范大学 602 高等数学考研专业课真题 .....  | 510 |
| 2021 年湖南师范大学 604 高等数学考研专业课真题 .....  | 512 |
| 2021 年昆明理工大学 842 高等数学考研专业课真题 .....  | 514 |
| 2021 年天津商业大学 714 高等数学考研专业课真题 .....  | 518 |
| 2021 年扬州大学 644 高等数学（农）考研专业课真题 ..... | 521 |
| 2021 年浙江财经大学 601 高等数学考研专业课真题 .....  | 524 |
| 第五篇、2020 年高等数学考研真题汇编 .....          | 527 |
| 2020 年武汉科技大学 841 高等数学考研专业课真题 .....  | 528 |
| 2020 年武汉科技大学 841 高等数学考研专业课真题 .....  | 531 |
| 2020 年长沙理工大学 601 高等数学考研专业课真题 .....  | 536 |
| 第六篇、2019 年高等数学考研真题汇编 .....          | 538 |
| 2019 年浙江理工大学 602 高等数学考研专业课真题 .....  | 538 |
| 2019 年湖南师范大学 604 高等数学考研专业课真题 .....  | 540 |
| 2019 年扬州大学 644 高等数学考研专业课真题 .....    | 542 |
| 2019 年扬州大学 658 高等数学考研专业课真题 .....    | 546 |
| 第七篇、2018 年高等数学考研真题汇编 .....          | 548 |
| 2018 年暨南大学 601 高等数学考研专业课真题 .....    | 548 |
| 2018 年湖南师范大学 604 高等数学考研专业课真题 .....  | 551 |
| 2018 年昆明理工大学 842 高等数学考研专业课真题 .....  | 553 |
| 2018 年重庆邮电大学 601 高等数学考研专业课真题 .....  | 557 |
| 第八篇、2017 年高等数学考研真题汇编 .....          | 561 |
| 2017 年暨南大学 601 高等数学考研专业课真题 .....    | 561 |
| 2017 年昆明理工大学 842 高等数学考研专业课真题 .....  | 564 |
| 2017 年宁波大学 721 高等数学考研专业课真题 .....    | 568 |
| 2017 年四川师范大学 601 高等数学考研专业课真题 .....  | 571 |
| 2017 年武汉纺织大学 601 高等数学考研专业课真题 .....  | 573 |
| 第九篇、2016 年高等数学考研真题汇编 .....          | 576 |
| 2016 年电子科技大学 688 高等数学考研专业课真题 .....  | 577 |
| 2016 年江苏大学 603 高等数学考研专业课真题 .....    | 580 |
| 2016 年昆明理工大学 842 高等数学考研专业课真题 .....  | 582 |
| 2016 年宁波大学 721 高等数学考研专业课真题 .....    | 586 |
| 2016 年武汉纺织大学 601 高等数学考研专业课真题 .....  | 589 |

## 2026 年浙江农林大学 623 数学(自命题)考研核心笔记

## 《高等数学》考研核心笔记

## 第 1 章 函数与极限

## 考研提纲及考试要求

考点：集合

考点：映射

考点：函数

考点：数列的概念

考点：数列的几何意义

## 考研核心笔记

## 【核心笔记】映射与函数

## 1. 集合

(1) 集合概念：

集合（简称集）：集合是指具有某种特定性质的事物的总体。用  $A, B, M$  等表示。

元素：组成集合的事物称为集合的元素。 $a$  是集合  $M$  的元素表示为  $a \in M$ 。

集合的表示：

列举法：把集合的全体元素一一列举出来。

描述法：若集合  $M$  是由元素具有某种性质  $P$  的元素  $x$  的全体所组成，则  $M$  可表示为：

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}, M = \{x | x \text{ 具有性质 } P\}$ 。

几个数集：

$N$  表示所有自然数构成的集合，称为自然数集。

$N = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ 。  $N^+ = \{1, 2, \dots, n, \dots\}$ 。

$R$  表示所有实数构成的集合，称为实数集。

$Z$  表示所有整数构成的集合，称为整数集。

$Z = \{\dots, -n, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ 。

$Q$  表示所有有理数构成的集合，称为有理数集。

$$Q = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in Z, q \in N^+ \text{ 且 } p \text{ 与 } q \text{ 互质} \right\}$$

子集：若  $x \in A$ ，则必有  $x \in B$ ，则称  $A$  是  $B$  的子集，记为  $A \subset B$ （读作  $A$  包含于  $B$ ）或  $B \supset A$ 。

如果集合  $A$  与集合  $B$  互为子集， $A \subset B$  且  $B \subset A$ ，则称集合  $A$  与集合  $B$  相等，记作  $A = B$ 。

若  $A \subset B$  且  $A \neq B$ ，则称  $A$  是  $B$  的真子集，记作  $A \subsetneq B$ 。

例如， $N \subsetneq Z \subsetneq Q \subsetneq R$

不含任何元素的集合称为空集，记作  $\emptyset$ 。规定空集是任何集合的子集。

(2) 集合的运算

设  $A, B$  是两个集合，由所有属于  $A$  或者属于  $B$  的元素组成的集合称为  $A$  与  $B$  的并集（简称并），记作  $A \cup B$ ，即： $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ 。

设  $A, B$  是两个集合，由所有既属于  $A$  又属于  $B$  的元素组成的集合称为  $A$  与  $B$  的交集（简称交），记作  $A \cap B$ ，即： $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ 。

设  $A$ 、 $B$  是两个集合，由所有属于  $A$  而不属于  $B$  的元素组成的集合称为  $A$  与  $B$  的差集（简称差），记作  $A \setminus B$ ，即： $A \setminus B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \notin B\}$ 。

如果我们研究某个问题限定在一个大的集合  $I$  中进行，所研究的其他集合  $A$  都是  $I$  的子集。此时，我们称集合  $I$  为全集或基本集。称  $I \setminus A$  为  $A$  的余集或补集，记作  $A^c$ 。

集合运算的法则：

设  $A$ 、 $B$ 、 $C$  为任意三个集合，则

- ① 交换律  $A \cup B = B \cup A$ ， $A \cap B = B \cap A$ ；
- ② 结合律  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ ， $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$ ；
- ③ 分配律  $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ， $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$ ；
- ④ 对偶律  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ ， $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$ 。

$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$  的证明：

$x \in (A \cup B)^c \Leftrightarrow x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \notin A \text{ 且 } x \notin B \Leftrightarrow x \in A^c \text{ 且 } x \in B^c \Leftrightarrow x \in A^c \cap B^c$ ，所以  $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ 。

直积（笛卡儿乘积）：

设  $A$ 、 $B$  是任意两个集合，在集合  $A$  中任意取一个元素  $x$ ，在集合  $B$  中任意取一个元素  $y$ ，组成一个有序对  $(x, y)$ ，把这样的有序对作为新元素，它们全体组成的集合称为集合  $A$  与集合  $B$  的直积，记为  $A \times B$ ，即

$A \times B = \{(x, y) | x \in A \text{ 且 } y \in B\}$ 。

（3）区间和邻域

有限区间：设  $a < b$ ，称数集  $\{x | a < x < b\}$  为开区间，记为  $(a, b)$ ，即： $(a, b) = \{x | a < x < b\}$ 。

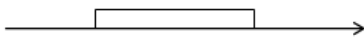
类似地有：

$[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$  称为闭区间， $[a, b) = \{x | a \leq x < b\}$ 、 $(a, b] = \{x | a < x \leq b\}$  称为半开区间。

其中  $a$  和  $b$  称为区间  $(a, b)$ 、 $[a, b]$ 、 $[a, b)$ 、 $(a, b]$  的端点， $b - a$  称为区间的长度。

无限区间： $[a, +\infty) = \{x | a \leq x\}$ ， $(-\infty, b] = \{x | x \leq b\}$ ， $(-\infty, +\infty) = \{x | x \in \mathbb{R}\}$ 。

区间在数轴上的表示：



邻域：以点  $a$  为中心的任何开区间称为点  $a$  的邻域，记作  $U(a)$ 。

设  $\delta$  是一正数，则称开区间  $(a - \delta, a + \delta)$  为点  $a$  的  $\delta$  邻域，记作  $U(a, \delta)$ 。

即： $U(a, \delta) = \{x | a - \delta < x < a + \delta\} = \{x | |x - a| < \delta\}$ 。

其中点  $a$  称为邻域的中心， $\delta$  称为邻域的半径。

去心邻域  $\overset{\circ}{U}(a, \delta)$ ：

$$\overset{\circ}{U}(a, \delta) = \{x | 0 < |x - a| < \delta\}$$

## 2. 映射

（1）映射的概念

定义设  $X$ 、 $Y$  是两个非空集合，如果存在一个法则  $f$ ，使得对  $X$  中每个元素  $x$ ，按法则  $f$ ，在  $Y$  中有唯一确定的元素  $y$  与之对应，则称  $f$  为从  $X$  到  $Y$  的映射，记作： $f: X \rightarrow Y$ 。

其中  $y$  称为元素  $x$ （在映射  $f$  下）的像，并记作  $f(x)$ ，即： $y = f(x)$ 。

而元素  $x$  称为元素  $y$ （在映射  $f$  下）的一个原像；集合  $X$  称为映射  $f$  的定义域，记作  $D_f$ ，即： $D_f = X$ 。

$X$  中所有元素的像所组成的集合称为映射  $f$  的值域，记为  $R_f$ ，或  $f(X)$ ，即： $R_f = f(X) = \{f(x) | x \in X\}$ 。

需要注意的问题：

① 构成一个映射必须具备以下三个要素：集合  $X$ ，即定义域  $D_f = X$ ；集合  $Y$ ，即值域的范围： $R_f \subset Y$ ；对应法则  $f$ ，使对每个  $x \in X$ ，有唯一确定的  $y = f(x)$  与之对应。

②对每个  $x \in X$ , 元素  $x$  的像  $y$  是唯一的; 而对每个  $y \in R_f$ , 元素  $y$  的原像不一定是唯一的; 映射  $f$  的值域  $R_f$  是  $Y$  的一个子集, 即  $R_f \subset Y$ , 不一定  $R_f = Y$ 。

③  $f: [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$ , 对每个  $x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ ,  $f(x) = \sin x$ 。

$f$  是一个映射, 定义域  $D_f = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ , 值域  $R_f = [-1, 1]$ 。

满射、单射和双射:

设  $f$  是从集合  $X$  到集合  $Y$  的映射, 若  $R_f = Y$ , 即  $Y$  中任一元素  $y$  都是  $X$  中某元素的像, 则称  $f$  为  $X$  到  $Y$  上的映射或满射; 若对  $X$  中任意两个不同元素  $x_1 \neq x_2$ , 它们的像  $f(x_1) \neq f(x_2)$ , 则称  $f$  为  $X$  到  $Y$  的单射; 若映射  $f$  既是单射, 又是满射, 则称  $f$  为一一映射 (或双射)。

## (2) 逆映射与复合映射

设  $f$  是  $X$  到  $Y$  的单射, 则由定义, 对每个  $y \in R_f$ , 有唯一的  $x \in X$ , 适合  $f(x) = y$ , 于是, 我们可定义一个从  $R_f$  到  $X$  的新映射  $g$ , 即:  $g: R_f \rightarrow X$ 。

对每个  $y \in R_f$ , 规定  $g(y) = x$ , 这  $x$  满足  $f(x) = y$ 。这个映射  $g$  称为  $f$  的逆映射, 记作  $f^{-1}$ , 其定义域  $D_{f^{-1}} = R_f$ , 值域  $R_{f^{-1}} = X$ 。

按上述定义, 只有单射才存在逆映射。上述三例中哪个映射存在逆映射?

设有两个映射:

$$g: X \rightarrow Y_1, f: Y_2 \rightarrow Z$$

其中  $Y_1 \subset Y_2$ 。则由映射  $g$  和  $f$  可以定出一个从  $X$  到  $Z$  的对应法则, 它将每个  $x \in X$  映射成  $f[g(x)] \in Z$ 。显然, 这个对应法则确定了一个从  $X$  到  $Z$  的映射, 这个映射称为映射  $g$  和  $f$  构成的复合映射, 记作  $fog$ , 即

$$fog: X \rightarrow Z, (fog)(x) = f[g(x)], x \in X$$

应注意的问题:

映射  $g$  和  $f$  构成复合映射的条件是:  $g$  的值域  $R_g$  必须包含在  $f$  的定义域内,  $R_g \subset D_f$ 。否则, 不能构成复合映射。由此可以知道, 映射  $g$  和  $f$  的复合是有顺序的,  $fog$  有意义并不表示  $gof$  也有意义。即使  $fog$  与  $gof$  都有意义, 复映射  $fog$  与  $gof$  也未必相同。

## 3. 函数

### (1) 函数概念

定义设数集  $D \subset \mathbb{R}$ , 则称映射  $f: D \rightarrow \mathbb{R}$  为定义在  $D$  上的函数, 通常简记为:  $y = f(x)$ ,  $x \in D$ , 其中  $x$  称为自变量,  $y$  称为因变量,  $D$  称为定义域, 记作  $D_f$ , 即  $D_f = D$ 。

应注意的问题:

记号  $f$  和  $f(x)$  的含义是有区别的, 前者表示自变量  $x$  和因变量  $y$  之间的对应法则, 而后者表示与自变量  $x$  对应的函数值。但为了叙述方便, 习惯上常用记号 “ $f(x)$ ,  $x \in D$ ” 或 “ $y = f(x)$ ,  $x \in D$ ” 来表示定义在  $D$  上的函数, 这时应理解为由它所确定的函数  $f$ 。

函数符号: 函数  $y = f(x)$  中表示对应关系的记号  $f$  也可改用其它字母, 例如 “ $F$ ”, “ $\varphi$ ” 等。此时函数就记作  $y = \varphi(x)$ ,  $y = F(x)$ 。

函数的两要素:

函数是从实数集到实数集的映射, 其值域总在  $\mathbb{R}$  内, 因此构成函数的要素是定义域  $D_f$  及对应法则  $f$ 。如果两个函数的定义域相同, 对应法则也相同, 那么这两个函数就是相同的, 否则就是不同的。

函数的定义域:

函数的定义域通常按以下两种情形来确定: 一种是对有实际背景的函数, 根据实际背景中变量的实际意义确定。例如, 在自由落体运动中, 设物体下落的时间为  $t$ , 下落的距离为  $s$ , 开始下落的时刻  $t=0$ , 落地的时刻  $t=T$ , 则  $s$  与  $t$  之间的函数关系是